

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ**  
**Кафедра Высшей математики**

Одобрено на заседании  
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ  
МИФИ  
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

---

*Линейная алгебра*

*название дисциплины*

для направления подготовки

---

**12.03.01 Приборостроение**

*код и название направления подготовки*

образовательная программа

---

**Приборы и методы контроля качества и диагностики**

Форма обучения: заочная

## **Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Линейная алгебра» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

## **Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

## **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

### ***1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине “Линейная алгебра”, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата***

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<b>Коды</b>	<b>Результаты освоения</b>	<b>Перечень планируемых результатов</b>
-------------	----------------------------	---

компетенций	ООП Содержание компетенций*	обучения по дисциплине**
<i>ОПК-1</i>	способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности	ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения аналитической геометрии; УМЕТЬ: применять методы аналитической геометрии в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, их геометрическую интерпретацию, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории аналитической геометрии; навыками теоретического анализа полученных результатов;

### **1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП бакалавриата**

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

### **1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Математический анализ**

<b>№ п/п</b>	<b>Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)</b>	<b>Код контролируемой компетенции (или её части) / и её формулировка</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>
1.	Матрицы и системы линейных уравнений	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений (УК-2)	Контрольная работа № 1
2.	Линейные пространства, операторы	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)	Контрольная работа №2 Контрольная работа № 3
3.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием и конструированием, технологиями производства приборов и комплексов широкого назначения (ОПК-1)	
	Экзамен	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)	Экзаменационный билет
	Всего: контрольная работа №1,2, экзамен		

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
<b>Высокий</b> <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
<b>Продвинутый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
<b>Пороговый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно/ Зачтено
<b>Ниже порогового</b>	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Не зачтено



Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

<b>Уровень сформированности компетенции</b>	<b>Текущий контроль</b>	<b>Промежуточная аттестация</b>
высокий	<b>высокий</b>	<b>высокий</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	<b>продвинутый</b>	<b>продвинутый</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	<b>пороговый</b>	<b>пороговый</b>
ниже порогового	<b>пороговый</b>	<b>ниже порогового</b>
	<b>ниже порогового</b>	-

### **3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

<b>Вид контроля</b>	<b>Этап рейтинговой системы</b>	<b>Оценочное средство</b>		<b>Балл</b>	
				Минимум	Максимум

<b>Текущий</b>	<b>Контрольная точка № 1</b>	18	30
	Контрольная работа №1	18	30
	<b>Контрольная точка № 2</b>	18	30
	Контрольная работа 2	9	14
	Контрольная работа 3	9	16
<b>Промежуточный</b>	<b>Экзамен</b>	24	40
	Вопрос №1	5	10
	Вопрос №2	5	10
	Задача	7	10
	Задача	7	10
<b>ИТОГО по дисциплине</b>		60	100

#### **4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков**

##### **4.1. Экзамен**

а) типовые вопросы (задания):

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

##### **Экзаменационный билет № 1**

1. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).
2. Определитель квадратной матрицы  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Теоремы замещения и аннулирования.
3. Выполнить действие:
4. Найти определитель



(1 0 0 1 2 0 1 2 1)<sup>T</sup>  
(4 3 2 2 1 0)

|7 6 3 7 1 5 7 1 0 4 3 0|

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление **12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль **«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина **Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 2**

1. Обратная матрица. Условие существования. Нахождение обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.  
4. Ранг матрицы. Базисный минор. Линейная зависимость и независимость вектор строк (столбцов). Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы.

**3. Найти**  
определитель

**4. Найти ранг**  
матрицы

|7 6 3 7 1 5 7 1 0 4 3 0| (1 0 1 0 2 2 4 4 1 0 0 0)

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление **12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль **«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина **Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 3**

1 Системы линейных уравнений. Матричная и векторная запись системы. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Система из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения квадратных систем.

6. Исследование совместности системы в терминах ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Общее решение неоднородной системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

3. Найти обратную матрицу  
(0 2 0 0 3 2 1 2 0 )

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

{{ {{

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление **12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль **«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина **Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 4**

1. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной и неоднородной системы.  
2. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису. Координаты вектора в данном базисе.

**3. Найти определитель** **4. Решить матричное уравнение**  
$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 & 0 & 5 & 7 & 0 & 0 & 4 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad X \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 5**

1. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
2. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
3. Найти координаты вектора  $x = (7, -5)$  в базисе  $e'_1, e'_2$ , если он задан в базисе  $e_1, e_2$ :  
$$e'_1 = e_1 + e_2, e'_2 = \frac{4}{5}e_1 - e_2.$$
4. Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости .

Составитель

\_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 6**

1. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
2. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Произведение операторов. Матрица суммы и произведения операторов. Обратный оператор. Условие существования обратного оператора.
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
4. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к другому базису.

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление **12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль **«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина **Линейная алгебра**

### Экзаменационный билет № 7

1. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства.
2. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора. Простейшие свойства. Характеристический многочлен оператора. Инвариантность характеристического многочлена. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
3. . Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $(e'_1, e'_2)$ , если он задан в базисе  $(e_1, e_2)$ :  
$$e'_1 = e_1 + e_2, e'_2 = e_1 - 2e_2, x = (7, -5).$$
4. Найти область значений и ядро линейного оператора  $f: X \rightarrow X$ , заданного в некотором базисе  $e_1, e_2, e_3$  матрицей.

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник  
(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 8**

1. Оператор простой структуры. Необходимые и достаточные признаки. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Каноническое разложение матрицы оператора простой структуры.
2. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) вектора. Неравенство треугольника. Угол между векторами евклидова пространства.
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей .
4. Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису.

Составитель

\_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

\_\_\_\_\_ Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 9**

1. Ортогональная и ортонормированная системы векторов. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

2. Координаты и скалярное произведение в ортонормированном базисе. Матрица и определитель Грама системы векторов. Объем  $n$ -мерного параллелепипеда.

3. Ортогонализировать векторы:  $\vec{f}_1 = (2, 1, 0)$ ,  $\vec{f}_2 = (1, -1, 1)$ .

4. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов:  $\vec{f}_1 = (2, 1, 1)$ ,  $\vec{f}_2 = (1, 1, 3)$ .

Составитель

\_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

\_\_\_\_\_ Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление **12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль **«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина **Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 10**

1. Ортогональное дополнение подпространства. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей.

2. Сопряженный и самосопряженный оператор в евклидовом пространстве. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов.

фигуры, ограниченной линиями

$$x = y^2 - 2y, x = 4 - y^2.$$

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ & & -3 \end{pmatrix}$ .

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}_1 = (2, -1, 3)$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 1, 2)$  используя матрицу Грама.

Составитель \_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ \_\_\_\_\_ Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 11**

1. Ортогональная матрица и ортогональный оператор в евклидовом пространстве. Основные свойства.

2. Квадратичная форма. Матрица и матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Преобразование матрицы формы при невырожденной линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

3. Привести квадратичную форму  $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$  к каноническому виду методом Лагранжа.

4. Найти ортогональную проекцию вектора  $\vec{x} = (1, 2, -1)$  на подпространство  $L_1$  с базисом

$$\vec{a}_1 = (1, 0, 1), \vec{a}_2 = (1, 2, -2)$$

Составитель

\_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

\_\_\_\_\_ Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 12**

1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм.
2. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приложение к исследованию на экстремум функций многих переменных.
3. Исследовать квадратичную форму  $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$  на знакоопределённость.
4. Привести уравнение кривой  $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$  к каноническому виду.

Составитель

\_\_\_\_\_ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

\_\_\_\_\_ Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

**12.03.01 «Приборостроение»**

Профиль

**«Приборы и методы контроля качества и диагностики»**

Дисциплина

**Линейная алгебра**

**Экзаменационный билет № 13**

1. Знако определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приложение к исследованию на экстремум функций многих переменных.
2. Приложение квадратичных форм к исследованию кривых второго порядка. Алгоритм приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Основная теорема о кривых второго порядка.
3. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}_1 = (2, -1, 1)$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 3, 1)$ , используя матрицу Грама.
4. Привести квадратичную форму  $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$  к каноническому виду методом Лагранжа.

Составитель

М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

Д.С. Самохин

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

в) описание шкалы оценивания:

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценки</b>
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 25-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 24 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- существенные ошибки при изложении учебного материала;</li> <li>- неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;</li> <li>- неумение делать выводы по излагаемому материалу.</li> </ul>
--	---

***Наименование оценочного средства Контрольная работа 1/1***

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
 ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
 филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
 образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
 ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**Обнинский институт атомной энергетики –**  
 филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
 образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Комплект заданий для контрольной работы**  
 по дисциплине Линейная алгебра

Контрольная работа 1

1. Найти определитель $ 0\ 0\ 0\ 4\ 0\ 0\ 2 - 10\ 0\ 1\ 3\ 17 - 2\ 4\ 5\ 6 $	2. Найти общее решение системы. Найти Ф.С.Р. однородной системы.
---	--

	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$
<p>3. Умножить матрицы</p> $(-1 \ 2 \ 2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$	<p>4. Найти обратную матрицу.</p> $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$

### Контрольная работа 2

1. Проверить, что векторы  $f_1 = (1, -2, 2, -3)$  и  $f_2 = (2, -3, 2, 4)$  ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса.
2. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

$$10x_1^2 + 14x_2^2 + 7x_3^2 - 10x_1x_2 - \sqrt{2}x_1x_3 - 5\sqrt{2}x_2x_3.$$

3. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0.$$

### Контрольная работа 3

1. Ортогонализировать векторы:  $\vec{f}_1 = (2, 1, 0)$ ,  $\vec{f}_2 = (1, -1, 1)$ .
2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов:  $\vec{f}_1 = (2, 1, 1)$ ,  $\vec{f}_2 = (1, 1, 3)$ .
3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ & -3 & \end{pmatrix}$ .
4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}_1 = (2, -1, 3)$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 1, 2)$  используя матрицу Грама.
5. Привести квадратичную форму  $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$  к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Найти ортогональную проекцию вектора  $\vec{x} = (1, 2 - 1)$  на подпространство  $L_1$  с базисом

$$\vec{a}_1 = (1, 0, 1), \vec{a}_2 = (1, 2, - 2)$$

7. Исследовать квадратичную форму  $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$  на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой  $- 4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$  к каноническому виду.

### ВАРИАНТ № 2

1. Ортогонализировать векторы:  $\vec{f}_1 = (1, 1, 0), \vec{f}_2 = (1, - 2, - 1)$ .

2. Найти размерность и базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов:

$$\vec{f}_1 = (1, 1, 1), \vec{f}_2 = (1, - 1, 1).$$

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора  $A = \begin{pmatrix} - 1 & 3 & 3 \\ & & - 1 \end{pmatrix}$ .

4. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}_1 = (2, - 1, 1), \vec{a}_2 = (1, 3, 1)$ , используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму  $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$  к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Привести квадратичную форму  $f(\vec{x}) = 4x_1^2 - 18x_1x_2 + 4x_2^2$  к каноническому виду ортогональным преобразованием

7. Исследовать квадратичную форму  $f(\vec{x}) = - 8x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$  на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой  $- 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$  к каноническому виду.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 16 баллами: задания (1-8) по 2 балла.



